

Ingyen matektudás, csak Neked!

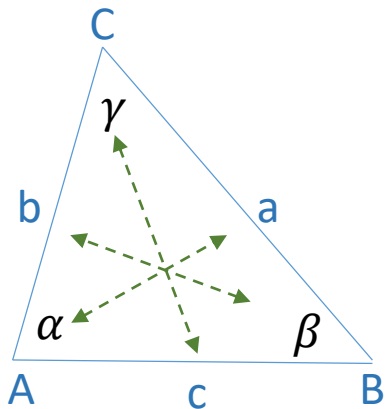
Sinus- és Cosinus tétel

Nézd milyen egyszerű!

Ha egy általános háromszögben szeretnél oldalakat illetve szögeket számolni, akkor a Sinus tételt, a Cosinus tételt, illetve a háromszög trigonometrikus területképletét: $t = \frac{a \cdot b \cdot \sin(\gamma)}{2}$ képletét tudod használni!

Sinus tétel

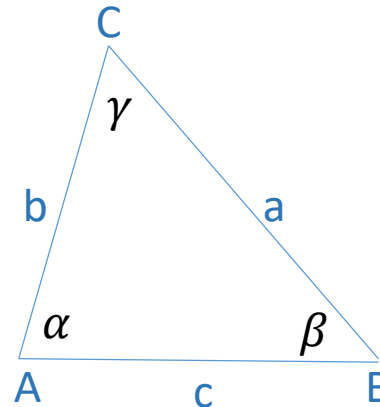
Egy háromszög oldalainak aránya megegyezik a velük szemben lévő szögek szinuszaival.



$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

Cosinus tétel

Egy háromszög egy oldalának négyzete megegyezik a másik két oldal négyzetösszege mínusz e két oldal és az általuk bezárt szög koszinuszának kétszeres szorzata.



$$\begin{aligned}c^2 &= a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma) \\b^2 &= a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta) \\a^2 &= b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)\end{aligned}$$

Alkalmazási lehetőségek:

Ha egy háromszögben adott egy oldal, s a vele szemben lévő szög, valamint

- Egy másik oldal \Rightarrow kiszámítható a másik oldallal szemközti szög.
- Egy másik szög \Rightarrow kiszámítható a másik szöggel szemközti oldal.

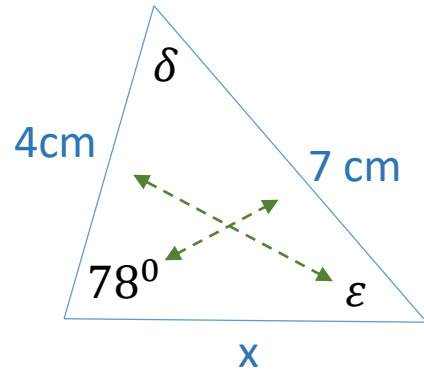
Ha egy háromszögben adott

- 3 oldal \Rightarrow kiszámítható két oldal által bezárt szög.
- 2 oldal és a közbezárt szög \Rightarrow kiszámítható a szöggel szemközti oldal.

Figyeld meg, milyen gyorsan megérted!

PÉLDA a Sinus tétel alkalmazására: Egy háromszög két oldala 4cm és 7 cm, valamint a 7 cm-es oldallal szemközi 78° -os szög. Mekkora a háromszög többi szöge, oldala és területe?

(Megjegyzés: a tétel alkalmazásakor a szöveges, és nem a betűjeles értelmezést tartom fontosnak, ezért a vázlatrajzon sem a megszokott betűjeleket alkalmaztam!)



Láthatod, hogy van oldal és vele szembeni szögpár, így a Sinus tétel alkalmazható!

Mindig a kiszámítandó értékkel kezd az arányok felírását:

$$\frac{\sin(\varepsilon)}{4} = \frac{\sin(78^\circ)}{7}$$
$$\sin(\varepsilon) = \frac{4 \cdot \sin(78^\circ)}{7} = 0,5589$$
$$\varepsilon_1 = 33,98^\circ \text{ és } \varepsilon_2 = 146,02^\circ$$

(Figyelj arra, hogy a sinus szög értékének visszakeresésekor mindig két értéket kapsz a $0^\circ \dots 180^\circ$ tartományban! Lehet, hogy mindkettő jó, lehet, hogy csak az egyik, vagy egyik sem.)

A háromszög belső szögösszeg (180°) tétele alapján megadható a harmadik szög értéke:

$$\delta_1 = 180^\circ - 78^\circ - 33,98^\circ = 68,02^\circ$$

$$\delta_2 = 180^\circ - 78^\circ - 146,02^\circ = -44,02^\circ$$

Látható, hogy így sem az ε_2 , sem a δ_2 szögnek nincs értelme, hiszen nem kaphatunk egy háromszög belső szögének negatív szögértéket.

A kapott δ szög értéke alapján sinus tétellel meghatározzuk a harmadik oldal hosszát!

$$\frac{x}{\sin(68,02^\circ)} = \frac{7}{\sin(78^\circ)}$$
$$x = 6,6362 \text{ cm}$$

A háromszög területe:

$$t = \frac{4 \cdot 6,6362 \cdot \sin(78^\circ)}{2} = 12,9824 \text{ cm}^2$$

(Megjegyzés: a fenti példában a szögek esetén 2 tizedes jegyre, míg az oldalhosszúságok esetén 4 tizedes jegyre kerekítést alkalmaztam!)

Érdekel a folytatás?

Ennek az anyagnak a folytatása: a Sinus és a Cosinus tétel mintafeladatai, számítások gyakorlása, valamint a tételek bizonyítása (emelt szinten), amelyeket a

Matematika Ötlettár Középiskolásoknak

című online könyvem oldalain találod meg.

Ezt az online könyvet minden más középiskolai matematika tananyaghoz is ajánlom, hiszen a közel 1100 oldalnyi anyag kiválóan alkalmazható, bizonyítottan sikeres módszerrel oktató online könyv, amivel rövid idő alatt megértheted a matematika egyes fejezeteit. Az online anyag mobilon és számítógépen egyaránt elérhető annak megvásárlása után.

Az online könyvből, a tudásszintedtől függetlenül, teljesen az alapoktól magyarázom el a tananyagot, s Te a saját beosztásod szerint lépésről lépésre haladva sajátíthatod el az ismereteket, gyakorolhatod be a típusfeladatok megoldásait.

A tananyagokhoz személyes, vagy kis csoportos online konzultációt igényelsz?

Írj a matekotlettar@gmail.com címre, s egyeztetünk időpontot. (Az időpontok korlátozott számban állnak rendelkezésre.)

Az online órán digitalizáló táblán magyarázom el a tananyagot, így úgy fogod érezni, mintha melletted ülnék. Minden általam leírt információt, rajzot azonnal látsz, miközben a magyarázatot is hallod! Az online óra díja 8000 Ft/55 perc, s akár csoportosan is igénybe vehető! (8 fő esetén ez fejenként csak 1000 Ft.)

